DM DE RENTREE PSI*

1 PRESENTATION

Le système étudié est une machine d'essais DELTALAB. Cette machine est grossièrement constituée d'un châssis fixe (0) et d'une traverse (1) mobile en translation verticale par rapport au châssis. Cette machine permet de soumettre des éprouvettes à différents types d'essais (traction, flexion, cisaillement, fatigue ...) afin de déterminer les caractéristiques des matériaux constitutifs des éprouvettes.

Une éprouvette est un solide de forme et de dimensions normalisées destiné à un test.

(0) : Barres cylindriques de guidage
liaison glissière de 1/0

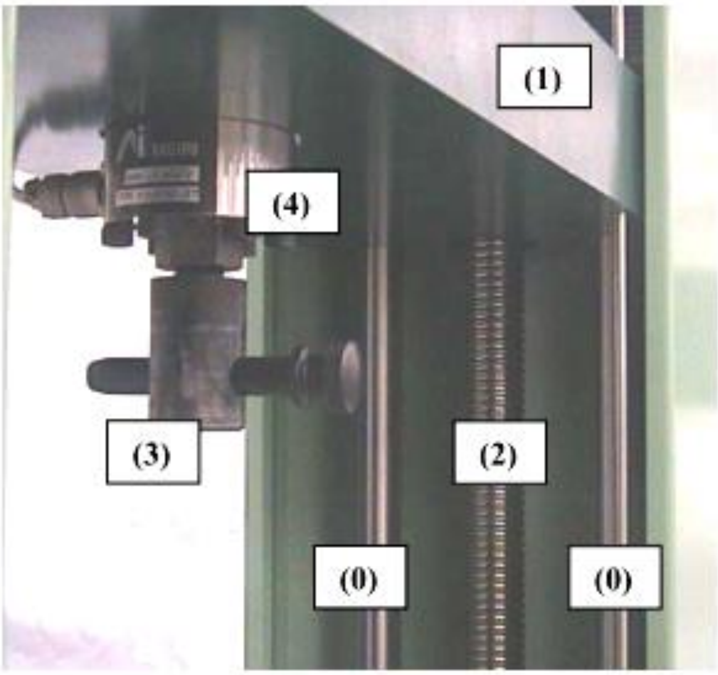
(1) : Traverse supérieure

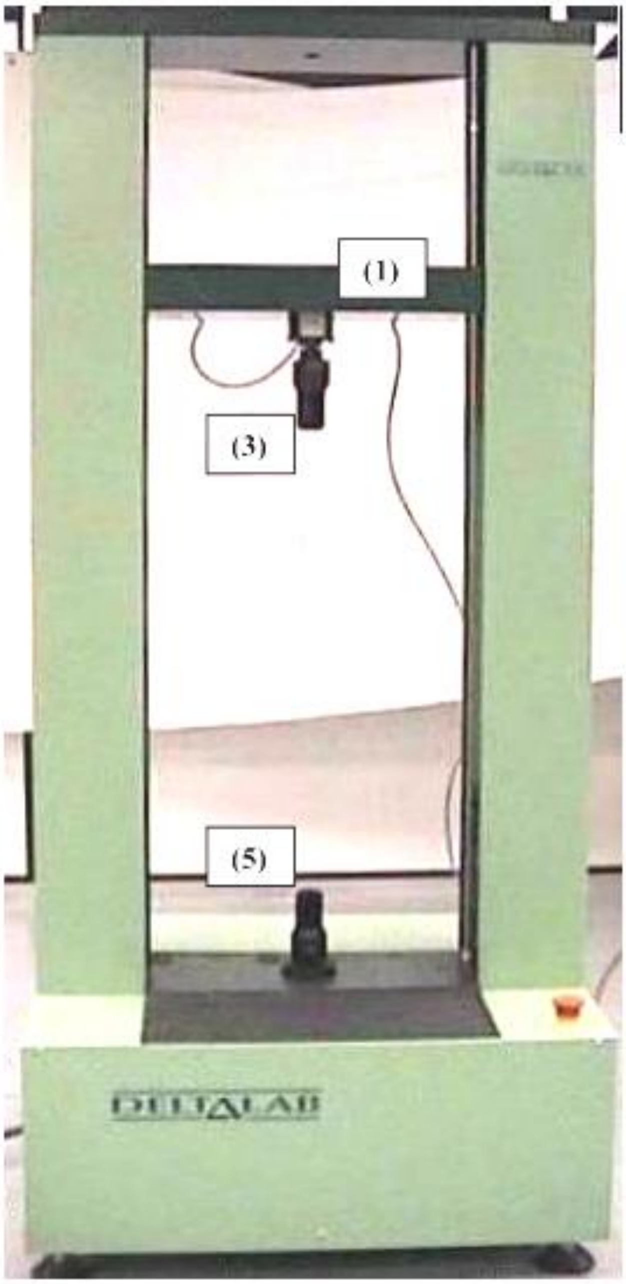
(2) : Vis

(3) : Liaison au capteur de force

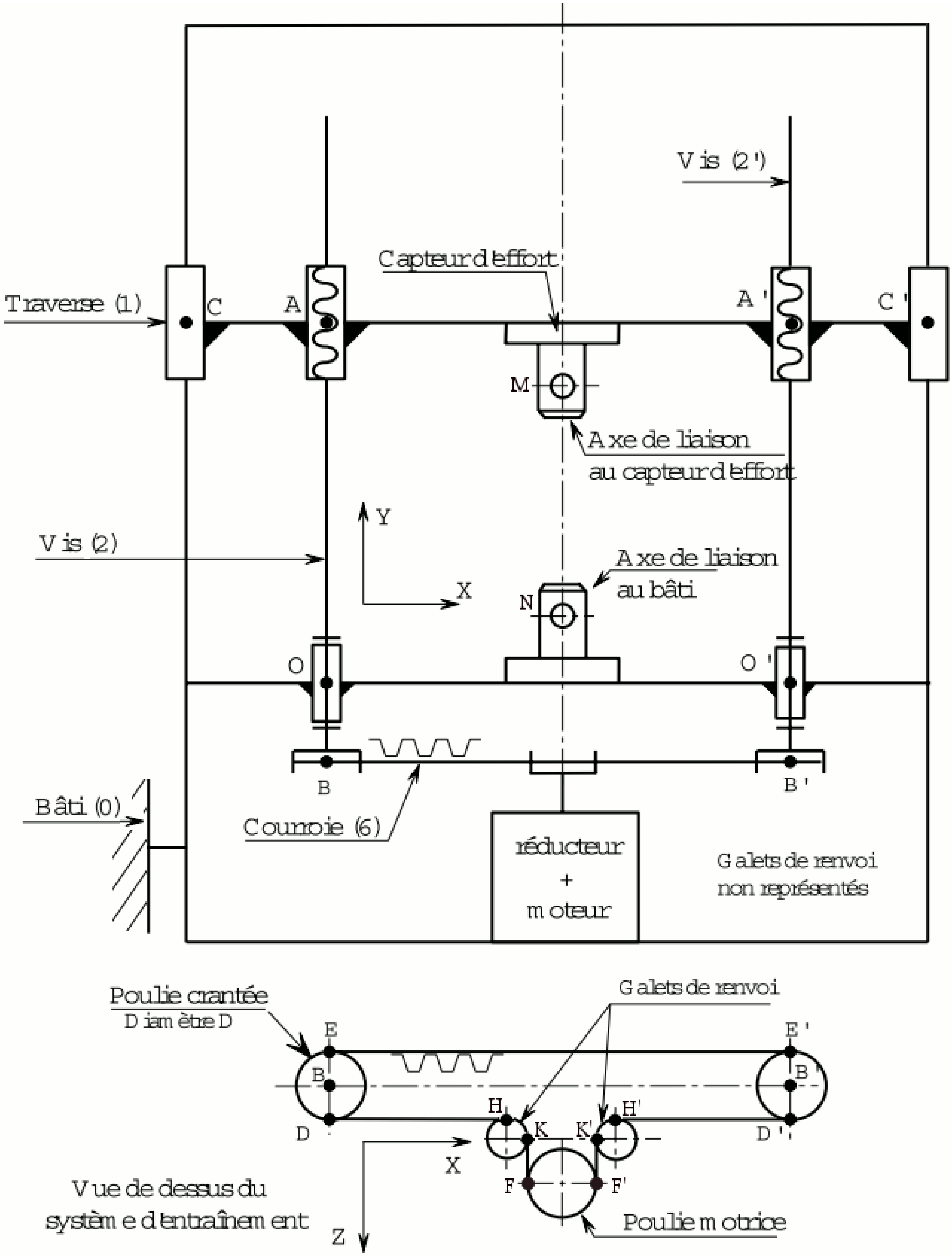
(4) : Capteur de force

(5) : Liaison au bâti





<u>Schéma d'ensemble (vue de face et vue de dessus du système poulies courroies).</u>

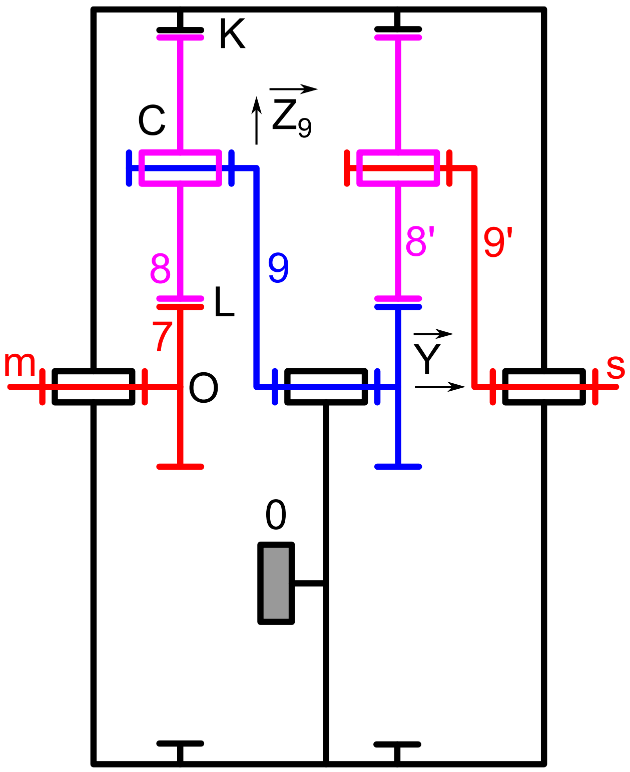


Les poulies servant à l'entraînement <u>des deux vis</u> sont de même diamètre primitif D_p que la poulie fixée à l'extrémité de l'arbre de sortie du réducteur. <u>Le rapport de transmission de l'ensemble poulies courroie crantée est donc 1</u> ($D_p = 2\ R_p = 100$ mm).

La machine d'essais est reliée à un micro-ordinateur équipé du logiciel DELTALAB, d'une interface logiciel/machine pour le pilotage, l'acquisition et le traitement des données et d'une imprimante.

L'essai le plus classique est celui de traction. L'éprouvette est fixée en M et N (page 2). Le moteur applique un couple moteur C_m à l'arbre d'entrée du réducteur qui amplifie celui-ci ($C_s = k\, C_m$ avec $k>1$). C_s est « réparti et transmis » aux vis via le système poulies courroie. Les systèmes vis-écrous transforment les couples en effort sur la traverse.

Schéma du réducteur :



Le réducteur est composé de deux trains épicycloïdaux identiques montés en série.

Le planétaire d'entrée 7 est liée au moteur : $\omega_{70} = \omega_m$

Le porte-satellites de sortie 9' est liée à la poulie motrice : $\omega_{9'0} = \omega_s$

La couronne est fixe et solidaire du bâti 0.

k est le rapport de réduction total $\omega_m = k\, \omega_s$

On rappelle que pour une roue dentée :

- **Diamètre = Module × Nombre dents**
  Soit D = m Z
- Pour que deux roues engrènent elles doivent avoir même module.

Caractéristiques générales :

- effort maximal sur la traverse : 50 kN (action de l'éprouvette sur la traverse mesurée au niveau du capteur d'effort) en M,
- course maximale : 1 mètre,
- entraînement : servomoteur à courant continu avec génératrice tachymétrique,
- transmission : réducteur, poulies, courroie crantée et vis et écrous à billes,
- mesure du déplacement : codeur optoélectronique de résolution 500 incréments par tour de vis (<u>disque codeur monté sur une des vis 2</u>),
- mesure de l'effort par capteur à jauges de déformations,
- alimentation en 240 V monophasé / 50 Hz – 1 kW max,
- le couple permanent du servomoteur (moteur asservi) égale 3 N.m,
- la vitesse de rotation du moteur égale au maximum 3000 tr/mn.

Tous les résultats numériques seront donnés en unité du Système International.

2 CINEMATIQUE

On pose, si nécessaire, pour la forme des torseurs : $\left\{V_{j/i}\right\} = \left\{\begin{matrix} p_{ji} & U_{ji} \\ q_{ji} & V_{ji} \\ r_{ji} & W_{ji} \end{matrix}\right\}_{Q,xyz}$

2.1 Conception du réducteur et du système poulie courroie

1) Justifier l'emploi d'une courroie et de poulies crantées. Démontrer que le rapport de transmission entre la poulie motrice et les poulies liées aux vis 2 et 2' vaut 1 (juste le début de la démonstration).

2) Donner la relation, issue de la géométrie, liant Z_0, Z_7 et Z_8 dans le réducteur.

3) Déterminer le rapport de réduction k en fonction des nombres de dents Z_0 et Z_7.

4) $Z_7 = 15$ dents. Déterminer Z_0 afin d'obtenir un rapport $k \approx 30$ et calculer k exact.

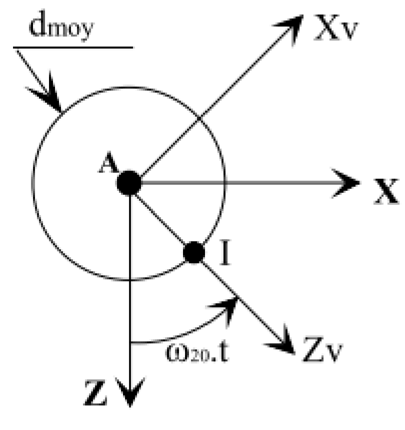
2.2 Vitesse de glissement de la traverse par rapport au bâti.

5) Écrire le torseur cinématique {V2/1} au point A si la vis est à hélice à droite (pas à droite). Donner le résultat en fonction de ω_{20} (vitesse angulaire de la vis 2 par rapport au bâti 0) et de pas (de la vis).

6) Déterminer la vitesse en C de la traverse 1 par rapport au bâti 0. Donner le résultat en fonction de ω_m (vitesse angulaire de l'arbre moteur), de k (rapport de transmission du réducteur) et du pas.

7) Calculer la norme de cette vitesse de glissement pour $N_m = 3000$ tr/min (vitesse de rotation du moteur), $k = 30$ et pas = 5 mm.

2.3 Vitesse de glissement dans la liaison hélicoïdale.



La liaison hélicoïdale est conçue, dans un premier temps, avec une vis 2 et un écrou à filet trapézoïdal, hélice à droite, p = 5. L'écrou est considéré dans cette étude cinématique comme étant en liaison encastrement avec la traverse 1. On note I, un point appartenant à la vis, placé sur le diamètre moyen dans le plan (A, X, Y, Z).

8) Écrire la relation donnant la vitesse de glissement $\overrightarrow{V(I,2/1)}$ en fonction de d_{moy}, pas, ω_m et k. Donnez le résultat dans la base liée à la vis (Xv, Y, Zv).

9) Donner $\overrightarrow{V(I,2/1)}$ pour $N_m = 3000$ tr/min, $k = 30$ et pas = 5 mm et $d_{moy} = 33.5$ mm.

Remarque : Le calcul de cette vitesse permet entre autres de choisir le matériau de l'écrou et de déterminer le rendement de l'ensemble vis-écrou.

3 STATIQUE

On étudie ici uniquement les actions dues aux efforts appliqués à l'éprouvette lors d'un essai, ce qui revient à ne pas prendre en compte ce qui est du aux poids : on néglige donc ceux-ci. Les essais sont assez lents pour que l'on puisse négliger les effets dynamiques.

On pose pour la forme des torseurs $\left\{T_{i\rightarrow j}\right\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_{Q,xyz}$

On se place dans le cas d'un essai de traction (sens de rotation donné ci-dessous). L'éprouvette est considérée comme un solide soumis à deux forces en M et N.

L'action maxi de l'éprouvette sur la traverse se modélise par :

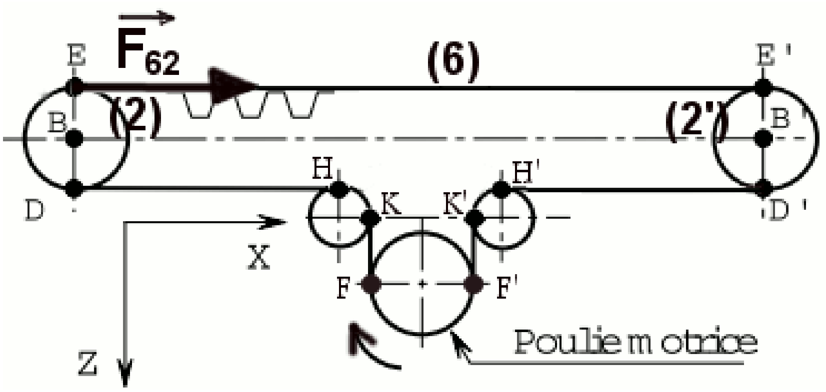
$\left\{T_{Ep\rightarrow 1}\right\} = \begin{Bmatrix} -F_{ep}\,\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{M,xyz}$ $F_{ep} = 50$ kN.

On donne la forme des actions de la courroie 6 sur la poulie solidaire de 2 :

$\left\{T_{6\rightarrow 2}\right\} = \begin{Bmatrix} F_{62}\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{E,xyz}$

Avec $F_{62}>0$ dans le cas étudié.

$\left\{T_{6\rightarrow 2}\right\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{D,xyz}$



Le tronçon [EE'] est ce que l'on appelle un brin tendu car il y a un effort dans la courroie entre E et E'. Le tronçon [HD] est appelé brin mou car il n'y a pas d'effort dans la courroie entre H et D.

3.1 Détermination de la charge et du couple sur les vis 2 et 2'

1) Justifier que l'on considère que $Y_{12} = Y'_{12} = -25000$ (N).

   Préciser ce que vous isolez, l'équation exploitée et votre hypothèse majeure.

2) Justifier que l'on puisse modéliser les actions de la courroie sur les poulies par des glisseurs tels que $\{T_{6\rightarrow2}\}$ donné ci-dessus. Préciser pour cela par quelle liaison on peut modéliser le contact entre un tronçon de courroie et chaque poulie (en E et E' par exemple), les solides isolés et les théorèmes utilisés donner la forme du torseur $\{T_{6\rightarrow2}\}$.

3) Isoler la vis 2 (avec la poulie correspondante) et déterminer la valeur de F_{62} grâce à une équation de moment. Préciser laquelle, en quel point, et sur quel vecteur la projection sera faite.

3.2 Choix du moteur

4) Reproduire rapidement la figure avec les poulies de la page précédente sur votre copie, et dessiner en respectant les proportions les actions de la courroie sur la poulie 2' (en E' et D') et sur la poulie motrice (en F' et F). Il est possible de « réfléchir » en isolant rapidement 2' comme ce qui a été fait lors de l'isolement de 2.

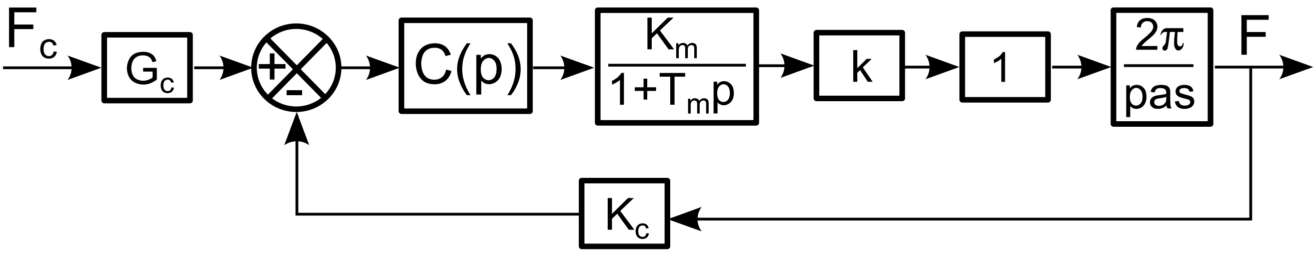
5) Déduire de ce qui précède la valeur du moment subi par la poulie motrice en fonction de R_p et F_{62}, puis en fonction de pas, R_p et F_{ep}. Réaliser l'application numérique.

6) Compte tenu de ce qui a été précisé pour le rôle du réducteur et sachant que la puissance délivrée par le moteur égale le produit $P_m = C_m \times \omega_m$:

   - déterminer C_m en fonction de k, pas, R_p et F_{ep},
   - faire l'application numérique,
   - le moteur choisi convient-il (justifier) ?

4 AUTOMATIQUE

On étudie à présent l'asservissement d'effort. La modélisation du système est donnée ci-dessous. La consigne est Fc(p) et la sortie est l'effort appliqué sur l'éprouvette (capteur entre éprouvette et traverse). Le schéma ci-dessous rapporte tout à un seul système vis-écrou.



$K_m = 0.012$ (N.m/V) $k = 30$ $K_c = 10^{-4}$ (V/N)

$T_m = 0.002$ (s) pas $= 0.005$ (m) $C(p) = \frac{C}{p}$ avec C (s^{-1})

4.1 Définition de la BO et de la BF

1) Préciser la valeur de G_c pour que le modèle soit cohérent.

2) Définir la Boucle ouverte BO(p).

3) Définir la boucle fermée $BF(p) = \frac{F(p)}{F_c(p)}$.

4.2 Réglage

4) Déterminer l'erreur statique (entrée en échelon) : $Fc(t) = F_{c0}$.

5) Régler la valeur de C pour obtenir le meilleur temps de réponse sans dépassement et déterminez ce temps de réponse.

6) Pour ce réglage de C, tracer les diagrammes asymptotique et réel de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le plan de Bode. Vous choisirez vous-même les graduations et échelles des axes.

<u>**Attention, le tracé devra être propre et lisible.**</u>

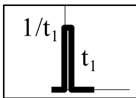
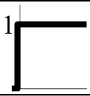
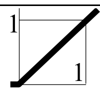
7) Déterminer les valeurs de la pulsation et du gain lorsque la phase égale -135°.

8) Déterminer la marge de phase et la marge de gain graphiquement.

9) Déterminer par le calcul la marge de phase du système.

Table de Laplace

Définition	$f(t) \rightarrow F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt}\,dt$	avec p complexe
Dérivation / Intégration	$L\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = pF(p) - f(0^+)$	$L\left(\int f(u)du\right) = \frac{1}{p}F(p)$
Décalage temps / fréquence	$L(f(t-\tau)) = e^{-\tau p}F(p)$	$L(e^{-\omega t}f(t)) = F(p+\omega)$
Valeur Initiale / finale	$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p)$	$\lim_{t\to 0+} f(t) = \lim_{p\to\infty} pF(p)$
Linéarité / échelle	$\alpha L(f(t)) + \beta L(g(t)) = L(\alpha f(t)) + L(\beta g(t))$	$L(f(a\,t)) = \frac{1}{a}F\left(\frac{p}{a}\right)$

	$\delta(t) \rightarrow F(p) = 1$		$U(t) \rightarrow F(p) = \frac{1}{p}$		$U(t) \times t \rightarrow F(p) = \frac{1}{p^2}$

$U(t)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$	$\frac{1}{p(1+\tau p)}$	$U(t)\left(1 - \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right)$	$\frac{1}{p(1+\tau p)^2}$
$U(t)\left(1 - \frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,t + \psi\right)\right)$ $\quad \psi = \arccos\xi$		$\frac{1}{p\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^{\,2}}p^2\right)}$	

$Tr_{5\%}\omega_0$ en fonction de ξ